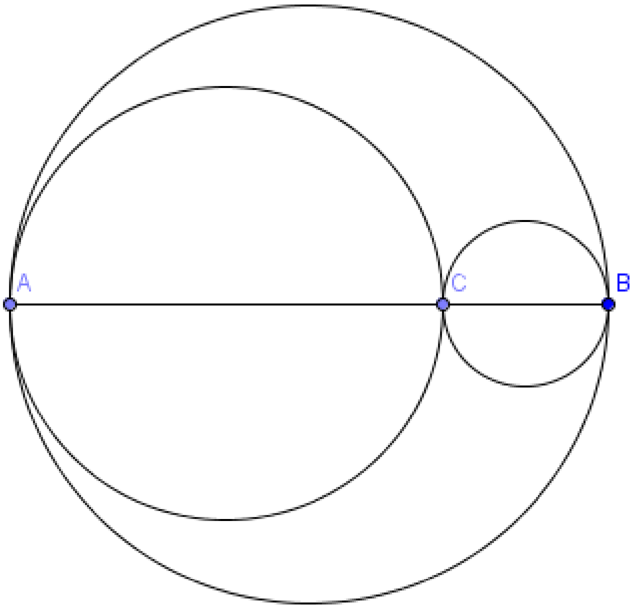
Problème de câbles



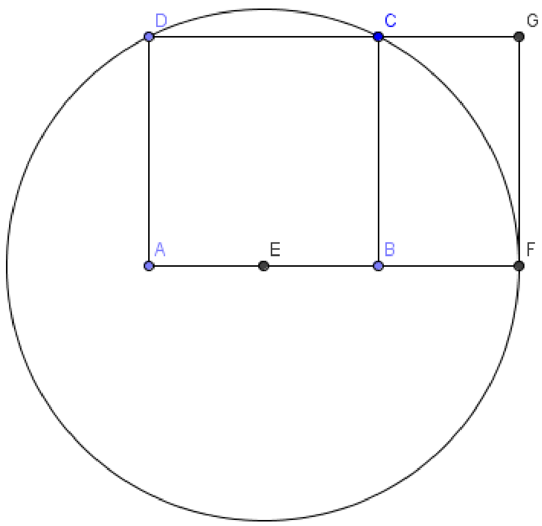
Deux fils sont enrobés dans une gaine de diamètre intérieur AB=20 mm. La somme des aires des sections des deux fils représente 70% de l'aire de la section de la gaine. L'objectif est de déterminer les diamètres des deux fils.

On note x le rayon (en mm) du fil le plus gros.

1. Mettre ce problème en équation.
2. Montrer que pour tout x, $70-x^2-(10-x)^2=20-2(x-5)^2$.
3. Répondre à la question posée.
4. Si l'on ne fixe pas l'aire totale des sections des deux fils à 70 % de l'aire de la gaine, étudier le comportement de la différence entre l'aire de la gaine et l'aire des deux fils. On pourra remarquer que $x^2-10x=(x-5)^2-25$.

Φ, le nombre d'or

1. Représenter sur un même graphique l'hyperbole de la fonction inverse et la droite d'équation y=x-1.
2. On appelle I le point d'intersection entre ces deux courbes dont l'abscisse est positive. Montrer que cette abscisse est solution d'une équation du second degré.
3. Montrer que pour tout x, $x^2-x-1=(x-\frac{1}{2})^2-\frac{5}{4}$. En déduire l'abscisse du point I. Ce nombre est le nombre d'or, noté ϕ.
4.



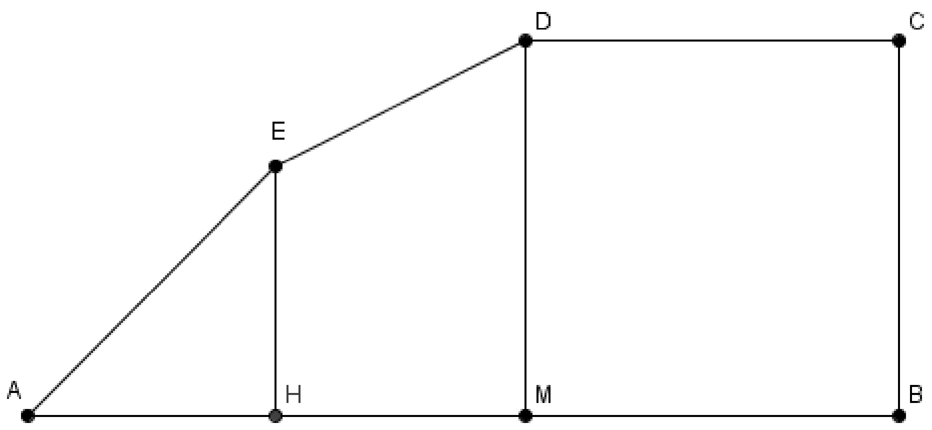
ABCD est un carré de côté ℓ, E est le milieu de [AB]. Le cercle de centre E passant par C coupe [AB] en F. On construit le rectangle AFGD.

Montrer que AF = $\ell\,(1+\sqrt{5})/2$.

En déduire que $\frac{AF}{AD}$ =ϕ.

Calculer $\frac{GF}{BF}$.

Aire minimale d'un polygone



Le polygone ci-dessus est tel que :

- Le segment [AB] mesure 8 cm,
- M est un point variable du segment [AB], privé de A et de B,
- MBCD est un carré,
- AHE est un triangle rectangle isocèle en H,
- HMDE est un trapèze rectangle,
- H est le milieu de [AM].

On pose $AM=x$.

Montrer que l'aire de ce polygone est égale à $f(x)=x^2-14x+64$.

Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?

Montrer que pour tout $x\in Df$, $f(x)=(x-7)^2+15$.

Etudier les variations de f. En déduire la valeur de x telle que cette aire est minimale.

Aire maximale d'un rectangle

Dans un repère orthonormé (O ;I ;J), on considère la représentation graphique de la fonction affine f telle que $f(x)=-2x+2$. Cf coupe les axes en deux points A et B.

Soit M un point du segment [AB], privé de A et de B. Soit P le projeté orthogonal de M sur (OA) et Q le projeté orthogonal de M sur (OA).On note (x ;y) les coordonnées de M.

1. Calculer l'aire du rectangle OPMQ en fonction de x et y, puis seulement en fonction de x.
2. Montrer que pour tout x, $-2x^2+2x= -2(x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{2}$. En déduire les variations de l'aire du rectangle OPMQ et la valeur du maximum de celle-ci.