

Exercices sur la fonction inverse et les fonctions homographiques

Exercice 1

À l'aide de l'hyperbole représentant la fonction inverse, résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $\frac{1}{x} = 5$.
2. $\frac{1}{x} = -\frac{5}{2}$.
3. $\frac{1}{x} < 3$.
4. $\frac{1}{x} > -2$.
5. $-5 < \frac{1}{x} \leq 6$.

Exercice 2 À l'aide d'un tableau de signe, résoudre les inéquations suivantes :

1. $\frac{1}{x} < 8$.
2. $\frac{1}{x} \geq -3$.
3. $-3 \leq \frac{1}{x} < 8$.

Exercice 3

Étude d'une fonction homographique :

1. On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{3x-1}{x-5}$. Déterminer \mathcal{D}_f , ensemble de définition de f .
2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
3. Étudier le signe de $f(x)$ en fonction des valeurs de x .
4. Montrer que pour tout $x \in \mathcal{D}_f$, $f(x) = 3 + \frac{14}{x-5}$.
5. 3 admet-il un antécédent par f ? (justifier).
6. Donner l'algorithme permettant de passer d'une valeur de x à son image $f(x)$.
7. Compléter le raisonnement suivant :

Sur l'intervalle $]5; +\infty[$:

pour tous réels a et b tels que

....., on a donc.....

car la fonction inverse est strictement.....sur.....

On en déduit alors quedonc que.....,

c'est à dire, ce qui signifie que f est

.....