

1 Proportion, pourcentage d'une sous-population dans une population.

Pour calculer la **proportion** de n individus dans une population qui en compte N au total, on calcule le quotient $\frac{n}{N}$.

Cette proportion peut s'exprimer sous forme décimale ou sous forme de pourcentage.

Exemple

Dans un lycée, sur 480 élèves de premières, 108 ont choisi la filière STMG.

La proportion des élèves de STMG par rapport à l'ensemble des élèves de première est donc de $\frac{108}{480} = 0,225$, soit 22,5%.

Attention : une proportion est relative à une population totale de référence, qu'il faut bien identifier pour éviter des erreurs d'interprétation.

Ensembles de références inclus les uns dans les autres : pourcentage de pourcentage.

Exemple

Parmi les élèves de premières STMG, 75% étudient l'anglais en LV1, ces élèves sont donc au nombre de

$$108 \times 75\% = 108 \times \frac{75}{100} = 81.$$

Ces élèves représentent $\frac{81}{480} = 16,875\%$ des élèves de première.

Ce pourcentage peut se calculer aussi de la façon suivante : $\frac{75}{100} \times \frac{22,5}{100}$.

2 Évolution

Si une quantité passe d'une valeur initiale V_i à une valeur finale V_f , alors elle subit une **variation absolue** égale à $V_f - V_i$.

La **variation relative** est la part de la variation absolue par rapport à la valeur initiale, elle est égale à : $\frac{V_f - V_i}{V_i}$.

Ces quantités sont **négatives** s'il s'agit d'une **baisse**, **positives** s'il s'agit d'une **hausse**.

Lorsque l'on exprime cette variation relative sous forme de pourcentage, on parle de **pourcentage (ou taux) d'évolution**.

Exemples

1. La baguette de pain passe de 0,85€ à 0,90€, la variation relative à cette hausse est de $\frac{0,90 - 0,85}{0,85} \approx 0,0588$, soit un pourcentage d'évolution d'environ $0,0588 \times 100$ c'est-à-dire 5,88%.

2. Un article soldé passe de 68€ à 54,4€, la variation relative à cette baisse est de $\frac{54,4 - 68}{68} = -0,2$, soit un pourcentage d'évolution de $-0,2 \times 100$, c'est-à-dire -20%.

Coefficient multiplicateur

Augmenter une quantité de $t\%$ revient à la multiplier par $CM = 1 + \frac{t}{100}$.

Diminuer une quantité de $t\%$ revient à la multiplier par $CM = 1 - \frac{t}{100}$.

CM est le **coefficient multiplicateur** de la baisse ou de la hausse, $CM > 1$ quand il s'agit d'une hausse, $CM < 1$ s'il s'agit d'une baisse (notez que CM est toujours positif ou nul).

Exemples

1. Un article de 127€ est soldé à -20% , son nouveau prix est de
$$127 \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 127 \times 0,8 = 101,6€.$$
2. Le SMIC horaire, qui était de 9,53€ en décembre 2014 a été revalorisé au de premier janvier 2015 de $0,8\%$, le nouveau montant est de $9,53 \times \left(1 + \frac{0,8}{100}\right) = 9,53 \times 1,008 \approx 9,61€.$

Évolution réciproque

Si une valeur subit une évolution de $t\%$, et CM le coefficient multiplicateur associé, pour revenir à la valeur initiale, il faut appliquer une évolution de $t'\%$ avec $t' = \left(\frac{1}{CM} - 1\right) \times 100.$

Exemple

Avec un taux de TVA de 20% , pour passer d'un prix hors taxe (P_{HT}) au prix toutes taxes comprises (P_{TTC}), il faut augmenter le P_{HT} de 20% , donc pour passer du P_{TTC} au P_{HT} , il faut appliquer un taux de $\left(\frac{1}{1,2} - 1\right) \times 100 \approx -16,7\%.$

Évolutions successives

L'utilisation des coefficients multiplicateurs s'avère très efficace lors de plusieurs évolutions successives.

En effet, dans ce cas, le coefficient multiplicateur global est le produit des coefficients multiplicateurs des diverses évolutions.

Exemples

1. Deux baisses : un article est soldé pendant 3 semaines à -30% , puis, le nouveau prix subit à nouveau une baisse de 20% . Finalement, le prix initial aura été multiplié par
$$\underbrace{1 - \frac{30}{100}}_{(0,7)} \times \underbrace{1 - \frac{20}{100}}_{(0,8)} = 0,56, \text{ or } 0,56 = 1 - 0,44, \text{ cela correspond à une baisse globale de } 44\%.$$
2. Deux hausses : reprenons l'exemple du taux horaire du SMIC, de 2013 à 2014, il a augmenté de $1,06\%$, de 2014 à 2015 il a augmenté de $0,8\%$, l'augmentation globale correspond à un coefficient multiplicateur de $1,0106 \times 1,008 \approx 1,0187$, or $1,0187 = 1 + 0,0187$, il a donc augmenté de $1,87\%$ en deux ans.
3. Une baisse suivie d'une hausse : un employé gagne 1500€ par mois, son employeur, pour payer moins de charges, lui propose de diminuer son salaire de 10% , en lui promettant une prime de transport représentant 10% de son nouveau salaire.
Pour connaître son nouveau salaire, il suffit d'effectuer le calcul suivant :
$$1500 \times 0,9 \times 1,1 = 1485.$$

Notez au passage qu'une baisse de 10% n'est pas compensée par une hausse de 10% , les hausses et baisses successives ne s'ajoutent pas en pourcentages.

Remarques :

- si l'on avait effectué d'abord une hausse de 10% puis une baisse de 10% , le résultat aurait été identique.
- si l'on avait plus de 2 évolutions successives, on utiliserait la même méthode.