

Seconde

Fiche méthode : résolution d'une inéquation.

Résultat essentiel : signe de $ax+b$ en fonction des valeurs de x , a et b étant deux réels, a étant non nul.

X	$-\infty$	$-b/a$	$+\infty$
Signe de $ax+b$	Signe de $-a$		signe de a

Applications :

Exemple 1 : On désire résoudre dans IR l'inéquation $(2x+3)(-x+5)<0$.

La méthode consiste, dans un premier temps, à étudier le signe de l'expression $(2x+3)(-x+5)$ en fonction des valeurs de x . Cette expression étant un produit, cela revient à étudier le signe de chacun de ses facteurs, et d'appliquer en suite la règle des signes, c'est la raison pour laquelle nous allons regrouper dans un même tableau l'étude du signe de chacun des facteurs $(2x+3)$ et $(-x+5)$, ce qui nous donne :

X	$-\infty$	-1,5	5	$+\infty$	
Signe de $2x+3$	-	0	+	+	
Signe de $-x+5$	+	+	0	-	
Signe de $(2x+3)(-x+5)$	-	0	+	0	-

Ainsi, ce tableau nous fournit les renseignements suivants :

$(2x+3)(-x+5)$ est strictement positif quand $x \in]-1,5 ; 5[$

$(2x+3)(-x+5)$ est nul quand $x=-1,5$ ou quand $x=5$

$(2x+3)(-x+5)$ est strictement négatif quand $x \in]-\infty ; -1,5[\cup]5 ; +\infty [$.

On peut maintenant affirmer que l'ensemble solution de l'inéquation $(2x+3)(-x+5)<0$ est $S=]-\infty ; -1,5[\cup]5 ; +\infty [$.

Exemple 2 : Soit à résoudre dans IR l'inéquation $\frac{x+3}{2x-5} \geq 0$.

De la même façon que dans l'exemple ci-dessus, il s'agit d'abord d'étudier le signe de $(x+3)$ et de $(2x-5)$, puis de regrouper ces résultats dans un tableau afin de déterminer le signe du quotient $\frac{x+3}{2x-5}$. Attention cependant, une difficulté supplémentaire apparaît ici car chacun sait que l'on ne peut pas diviser par 0, il faudra donc écarter la ou les valeurs de x annulant le dénominateur, appelées valeurs interdites.

On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	-3	2,5	$+\infty$	
Signe de $x+3$	-	0	+	+	
Signe de $2x-5$	-	-	0	+	
Signe de $\frac{x+3}{2x-5}$	+	0	-		+

NB : la double barre dans la troisième ligne du tableau signifie que 2,5 est une valeur interdite.

On en déduit que l'ensemble solution de l'inéquation $\frac{x+3}{2x-5} \geq 0$ est $S=]-\infty ; -3] \cup]2,5 ; +\infty [$.